

QCM-1

1.C - 2.B - 3.C - 4.B - 5.C - 6.A - 7.C - 8.C - 9.B

QCM-2

1. A ; 2. B ; 3. B et C ; 4. A et C ; 5. B ; 6. A ; 7. B et C ; 8. A et B ; 9. A et C.

Exo01

1. a. $\vec{v}_M = \frac{d\vec{OM}}{dt}$ d'où $\vec{v}_M = (-g \cdot t + v_0)\vec{k}$.

b. Au début du mouvement, l'objet a un mouvement vers le haut : $v_0 > g \cdot t$. Puis t augmente jusqu'à ce que $v_0 = g \cdot t$, soit $t = \frac{v_0}{g}$. À ce moment, le vecteur vitesse devient nul. L'instant d'après, $g \cdot t > v_0$: le vecteur vitesse est dirigé vers le bas.

2. $\vec{a}_M = \frac{d\vec{v}_M}{dt}$ d'où $\vec{a}_M = -g \cdot \vec{k}$.

Il s'agit d'un vecteur vertical, dirigé vers le bas et de norme $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Exo02

1. a. $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$, d'où, en dérivant chacune des coordonnées :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3,39 \\ -9,8 \times t + 5,87 \end{pmatrix}$$

b. À $t = 1,0 \text{ s}$, on a :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3,39 \\ -9,8 \times 1,0 + 5,87 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,39 \\ -3,93 \end{pmatrix}$$

$$\text{D'où } v = \sqrt{3,39^2 + (-3,93)^2}$$

$$v = 5,19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2. a. $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

d'où en dérivant chacune des coordonnées :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9,8 \end{pmatrix}$$

b. Ce vecteur est constant, vertical et orienté vers le bas.

c. $a = \sqrt{0 + (-9,8)^2} = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Exo03

1. $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{\tau} + \frac{v^2}{R} \vec{n}$

2. a. La vitesse diminue au cours du temps car, par identification :

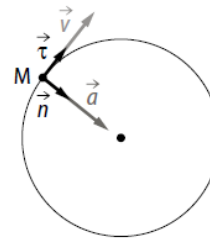
$$\frac{dv}{dt} = -6,50 \text{ SI.}$$

b. On a $\frac{v^2}{R} = 106,0 \text{ SI}$ avec $v = 40 \text{ SI}$.

$$\text{Ainsi, } R = \frac{40^2}{106} = 15,1 \text{ m.}$$

Exo04

1. Il est précisé, dans le manuel élève et les manuels numériques, qu'on étudie un point situé à la périphérie du manège.



2. a. $v = \frac{p}{T}$, où p est le périmètre du cercle ($p = 2\pi \times R$) et T la période de rotation.

$$\text{Ainsi, } v = \frac{\pi \times 16}{2,4} = 20,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

b. Dans la base de Frenet :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ soit } \vec{v} = \begin{pmatrix} 20,9 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{et } \vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{v^2}{R} \end{pmatrix}, \text{ soit } \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 54,8 \end{pmatrix}.$$

3. Si le point M est à $R = 4 \text{ m}$, on a les valeurs suivantes :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 10,5 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 27,4 \end{pmatrix}.$$

Exo05

1. a. Le mouvement d'un point à la surface de l'équateur est circulaire uniforme.

b. Le périmètre de la Terre à l'équateur est :

$$p = 2\pi \cdot R = 2 \times \pi \times 6,4 \times 10^6 = 4,0 \times 10^7 \text{ m.}$$

$$\text{La vitesse est } v = \frac{p}{T} \text{ avec } T = 24 \text{ h.}$$

$$\text{D'où } v = \frac{4,0 \times 10^7}{24 \times 60 \times 60} = 4,7 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1,7 \times 10^3 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

c. Pour un mouvement circulaire uniforme, $a = \frac{v^2}{R}$.

$$\text{Dans ce cas : } a = \frac{(4,7 \times 10^2)^2}{6,4 \times 10^6} = 3,4 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Le vecteur accélération est radial et centripète (dirigé vers le centre de la Terre). Avec le repère de Frenet, son expression vectorielle serait :

$$\vec{a} = 3,4 \times 10^{-2} \vec{n}.$$

2. Les deux valeurs sont très différentes. L'accélération de la pesanteur, presque 300 fois plus intense, est essentiellement due, en réalité, à la force gravitationnelle. L'accélération calculée à la question 1 est due au mouvement de rotation de la Terre et sa contribution est faible.

Exo06

Saut au-dessus du canal de Corinthe

1. a. On projette sur l'axe (Ox) la position du centre de masse G du système étudié.



Les espaces parcourus horizontalement entre deux positions consécutives de G sont quasiment égaux.

Le mouvement de G suivant l'axe (Ox) est uniforme.

b. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système dans un référentiel terrestre supposé galiléen, $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_G$.

Si la seule force appliquée au système est le poids $\vec{P}$, il vient $\vec{P} = m\vec{a}_G$. $\vec{P}$ et $\vec{a}_G$ sont donc colinéaires et de même sens. Le vecteur accélération $\vec{a}_G$ est donc vertical.

c. Si le vecteur accélération $\vec{a}_G$ est vertical, sa coordonnée horizontale est nulle, et donc le mouvement horizontal s'effectue à vitesse de valeur constante : il est uniforme suivant l'axe (Ox). Les réponses aux questions a. et b. sont donc cohérentes entre elles.

2. a. La coordonnée verticale de la vitesse v_y est une fonction affine du temps, de la forme : $v_y(t) = a \cdot t + b$.

La coordonnée verticale $a_y = \frac{dv_y}{dt}$ s'identifie au coefficient directeur de la droite, soit, graphiquement, de l'ordre de $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; ainsi, $a_y = g = \text{constante}$. Le mouvement vertical de G est uniformément accéléré.

b. Lorsque la valeur de la vitesse verticale est nulle ($v_y = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$), la seule coordonnée de la vitesse qui demeure est v_x . Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est horizontal ; il est tangent à la trajectoire à l'instant considéré qui est par conséquent le sommet de la parabole. On a alors :

$$v = \sqrt{(v_x)^2} = |v_x| \text{ soit } v = v_0 \times \cos \alpha ;$$

$$v = 125 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \times \cos(33^\circ) = 105 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

Exo09

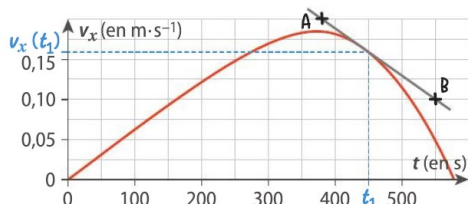
a. Par lecture graphique, on obtient les coordonnées de $\vec{v}(t_1)$:

$$v_x(t_1) = 0,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ et } v_y(t_1) = 0,23 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

On en déduit la norme de la vitesse :

$$v(t_1) = \sqrt{v_x(t_1)^2 + v_y(t_1)^2} = \sqrt{0,16^2 + 0,23^2} = 0,28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b. La coordonnée $a_x(t_1)$ de l'accélération $\vec{a}(t_1)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de $v_x(t)$ à l'instant t_1 :



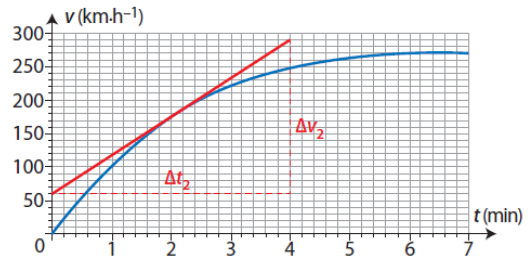
Exo07

Accélération d'un TGV

1. Pour déterminer graphiquement la valeur a_G de l'accélération, il faut déterminer les coefficients directeurs des tangentes à la courbe aux dates considérées.

2. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe diminue au cours du temps ; la valeur de l'accélération diminue au cours du temps.

3.



À chaque instant, le coefficient directeur de la tangente à la droite est donné par le rapport $\frac{\Delta v}{\Delta t}$.

$$\text{À } t_2 = 2 \text{ min, } a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \text{ soit } a_2 = \frac{230 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{240 \text{ s}}$$

$$a_2 = 2,66 \times 10^{-1} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

À la date $t = 2 \text{ min}$, le vecteur accélération a pour caractéristiques :

- direction : la droite (voir la photographie) suivant laquelle se déplace la rame ;
- sens : le même que celui de $\vec{v}$ car le mouvement de la rame est accéléré.

– valeur : $a_2 = 2,66 \times 10^{-1} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Exo08

a. $v(t) = v_y(t) = 20,8t$

$$v(0) = 20,8 \times 0 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v(3,0) = 20,8 \times 3,0 = 62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b. Par définition, le vecteur accélération est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse.

Ainsi, la coordonnée de l'accélération est :

$$a_y(t) = \frac{dv_y}{dt}(t)$$

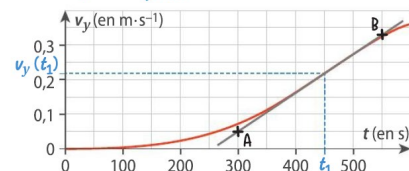
$$a_y(t) = 20,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Le mouvement étant seulement selon l'axe (Oy), de vecteur unitaire $\vec{j}$, le vecteur accélération s'écrit $\vec{a}(t) = 20,8 \vec{j}$ et s'exprime en mètres par seconde carrée.

c. L'accélération de la fusée est constante. Le mouvement de la fusée est donc rectiligne uniformément accéléré.

$$a_x(t_1) = \frac{v_{xB} - v_{xA}}{t_B - t_A} = \frac{0,10 - 0,20}{550 - 380} = -6,0 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

On procède de même pour $a_y(t_1)$:



$$a_y(t_1) = \frac{v_{yB} - v_{yA}}{t_B - t_A} = \frac{0,33 - 0,05}{550 - 300} = 1,1 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

On en déduit la norme de l'accélération :

$$a(t_1) = \sqrt{a_x(t_1)^2 + a_y(t_1)^2} = \sqrt{(-6 \times 10^{-4})^2 + (1,1 \times 10^{-3})^2} = 1,3 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$